

Câu 1: (6,0 điểm)

Giải hệ phương trình và phương trình:

$$a. \begin{cases} \sqrt{2x+y+1} - \sqrt{x+y} = 1 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$$

$$b. \sqrt{x^2-2x+5} + \sqrt{x^2+2x+10} = \sqrt{29}$$

Câu 2: (6,0 điểm)

a. Giải phương trình: $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ (1), với $x \in [-2\pi; 4\pi]$.

Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình (1).

$$b. \text{Cho hệ phương trình: } \begin{cases} x-3y-3=0 \\ x^2+y^2-2x-2y-9=0 \end{cases}$$

Gọi $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là hai nghiệm của hệ trên. Hãy tính $\sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$.

Câu 3: (4,0 điểm)

a. Cho $x+y=1; xy>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$.

b. Cho ΔABC nhọn.

Chứng minh rằng nếu $\sqrt{\frac{\cos A}{\sin B \cdot \sin C}} + \sqrt{\frac{\cos B}{\sin C \cdot \sin A}} + \sqrt{\frac{\cos C}{\sin A \cdot \sin B}} = \sqrt{6}$ thì ΔABC đều.

Câu 4: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(4; 2)$. Giả sử $A(a; 0); B(0; b)$ với $a; b$ là các số thực không âm thỏa ΔMAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức: $E = a^2 + b^2$.

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho ΔABC cân tại A , nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Vẽ ΔACD đều (D và B ở hai nửa mặt phẳng khác nhau có chung bờ AC). Gọi P là giao điểm của BD với đường tròn (O), Q là giao điểm của BD với đường cao AH của ΔABC . Chứng minh rằng: $OA^2 + OB^2 + OC^2 + PD^2 = 4R^2$.

-----Hết-----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu)

-Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm-